

時間領域のアベレーシング処理が周波数領域に与える影響

1. 目的・概要

時間領域のアベレーシング処理（離散の時間関数がある時刻の前後で平均を取った値にする）が周波数領域に与える影響を調べてみる。数学上は高周波成分を取り除くいわゆるローパスフィルタになっていると考えられるが、実際にどうなのかを実験してみる。実験環境は matlab とほぼ互換であるフリーの octave を使用した。

2. 実験方法

以下のソースファイルを少しづつ交え、実験を行った。シャープ(#)でつけたところのみを実験によって変化させている。

```
##### ソース #####
N=4096;
L=1;
a=L/N;
n=0:(N-1);
xn=n*a;
wave=sin(2*pi*xn)+sin(20*pi*xn)+sin(200*pi*xn)+sin(2000*pi*xn); #W 1
#wave=zeros(1,N); #W 2
#wave(1,N/2)=10000; #W 2

waveave=zeros(1,N);
AVENUM=30; #アベレーシングの数(片側)
for i=(1+AVENUM):(N-AVENUM)
    for j=(-1*AVENUM):(AVENUM)
        waveave(1,i)=waveave(1,i)+wave(1,i+j);
    end
    waveave(1,i)=(waveave(1,i)/(2*AVENUM+1));
end

spec=abs(fft(wave));
specave=abs(fft(waveave));

subplot(2,2,1);
plot(xn,wave,"3");
grid on

subplot(2,2,3);
f=log(n*1/(N*a));
plot(f,spec,"1");
axis([0 110]);
grid on

subplot(2,2,2);
plot(xn,waveave,"3");
grid on

subplot(2,2,4);
plot(f,specave,"1");
axis([0 110]);
grid on
#####
```

サンプリング長さ $L=1[\text{sec}]$ とサンプリング個数 $N=4096$ を固定し実験を行った。よって、サンプリング間隔は $a=L/N=1/4096$ よって大体 $0.24[\text{msec}]$ で固定。また、サンプリング周波数は $f_s=N/L=4096[\text{Hz}]$ となる。また、サンプリングの定理よりエイリアシング現象を引き起こさない範囲は $f_s/2$ つまり $2048[\text{Hz}]$ までである(表1)。このことを考慮し、以下の実験を行った。

サンプリング長さ	: $L=1[\text{sec}]$
サンプリング個数	: $N=4096[\text{個}]$
サンプリング間隔	$a=1/4096[\text{sec}]$
サンプリング周波数	$f_s=4096[\text{Hz}]$
得られる有効周波数範囲	$0\sim 2048[\text{Hz}]$

表 1.1 実験環境

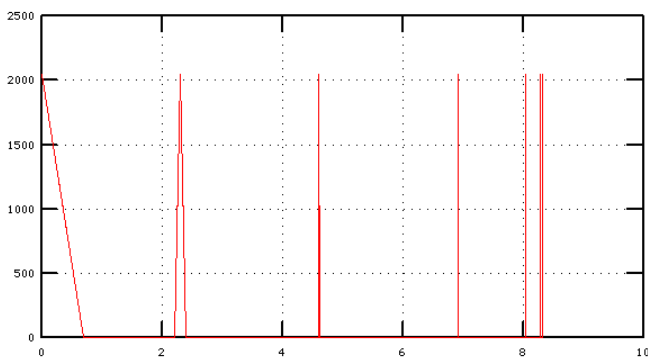
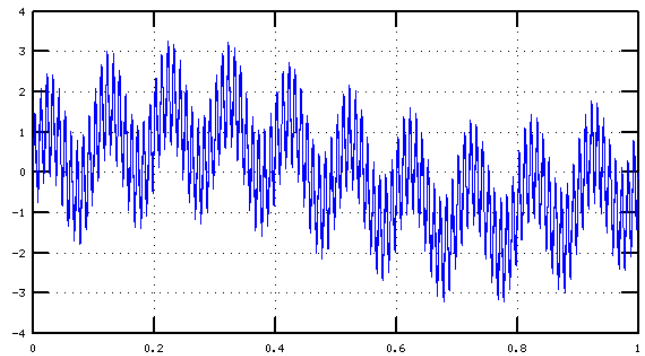
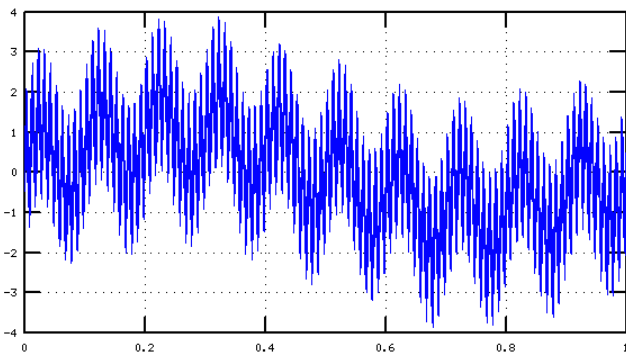
実験は、 1Hz と 10Hz と 100Hz と 1000Hz の成分を一様に含む波形(#W1)といわゆるインパルス波形(#W2)に対し、それぞれアベレーシングの個数を変えて Ex01 から Ex10 の実験を行った。対応表は以下のとおり。

※アベレーシング個数はソースの AVENUM*2+1 である。

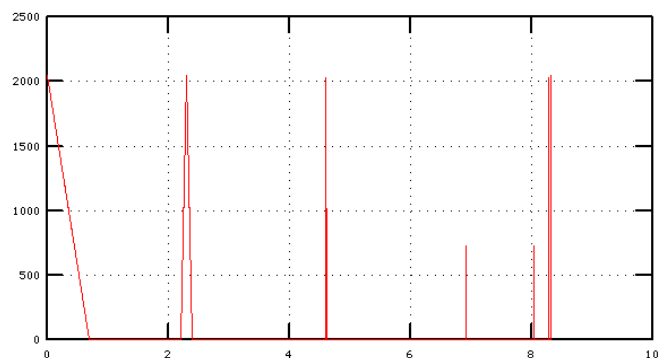
アベレーシング個数	0	3	11	21	31
W1(4つの周波数を含む波形)	Ex1	Ex2	Ex3	Ex4	Ex5
W2(インパルス波形)	Ex6	Ex7	Ex8	Ex9	Ex10

表 1.2 実験対応表

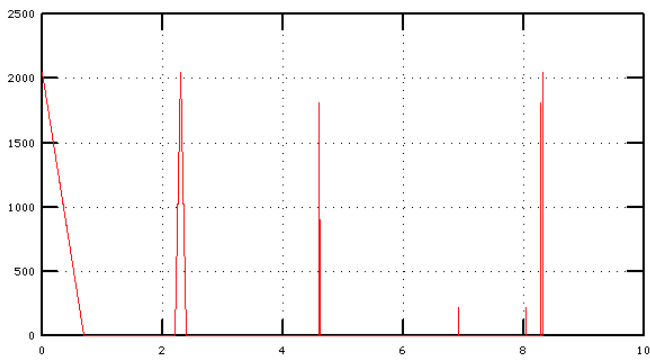
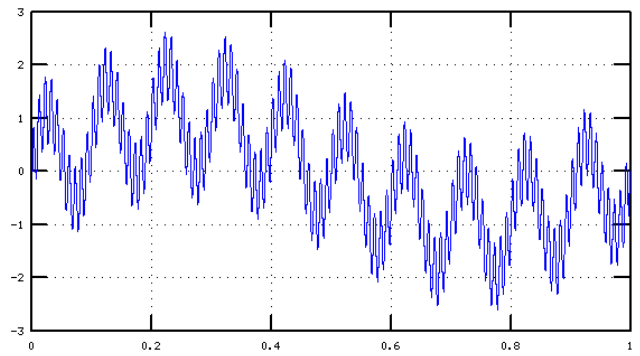
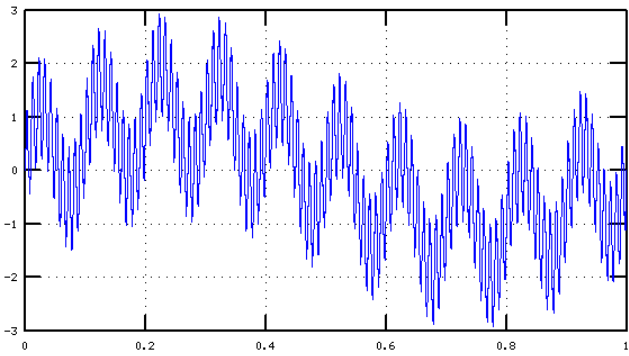
3. 実験結果



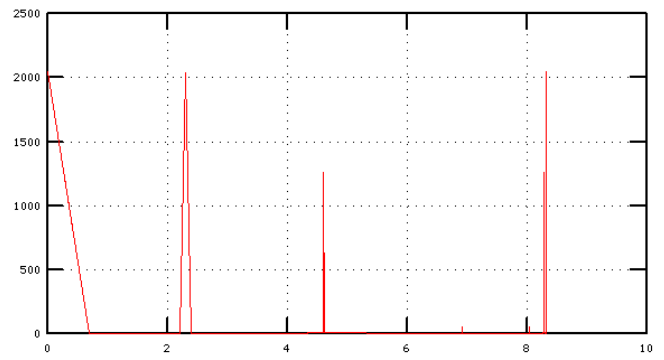
Ex1



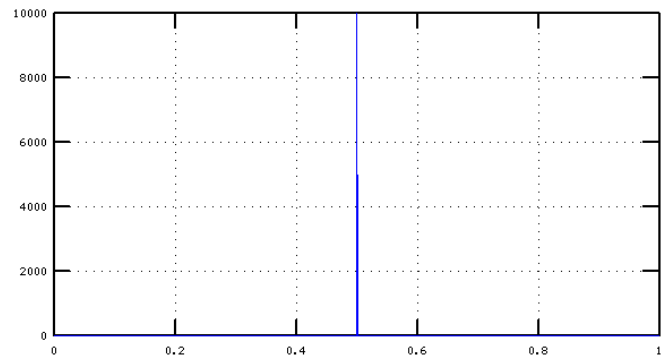
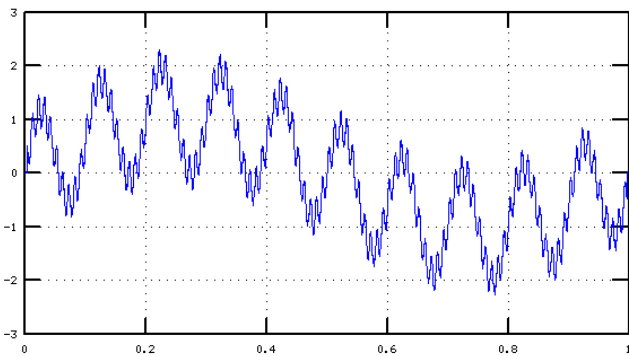
Ex2



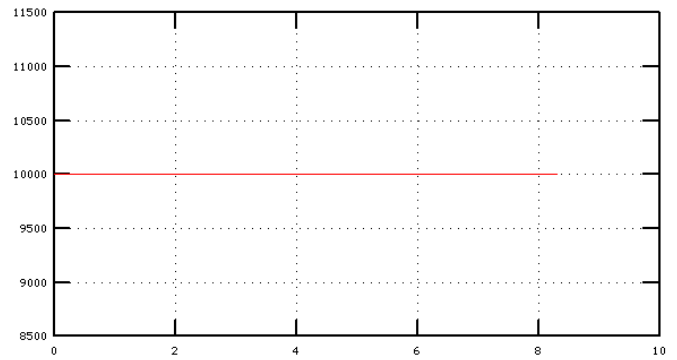
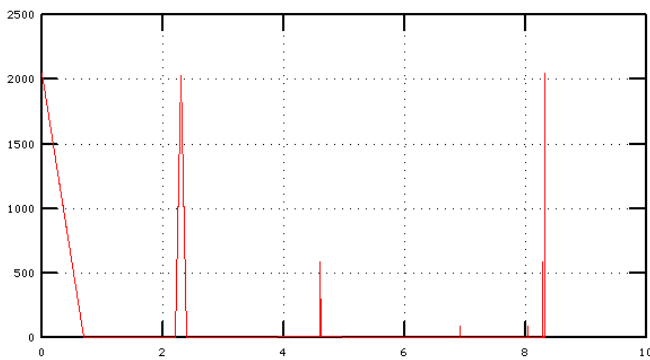
Ex3



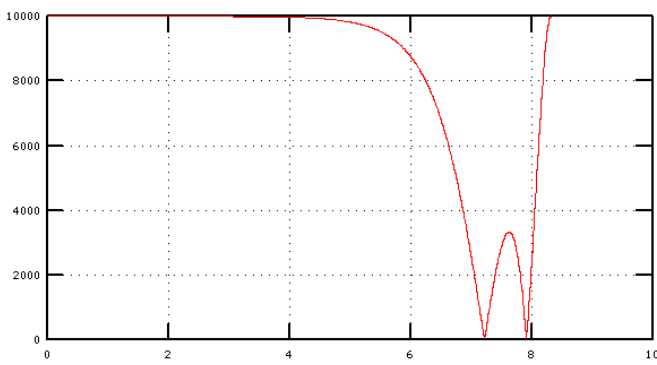
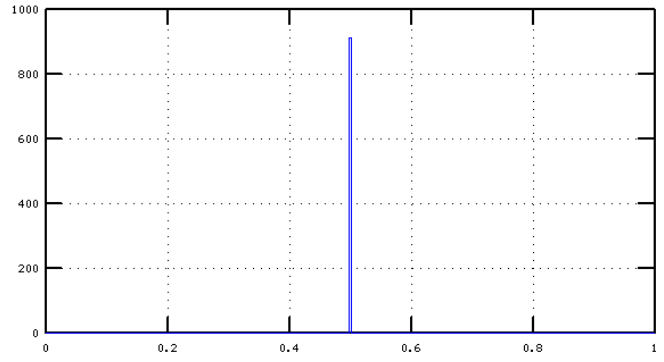
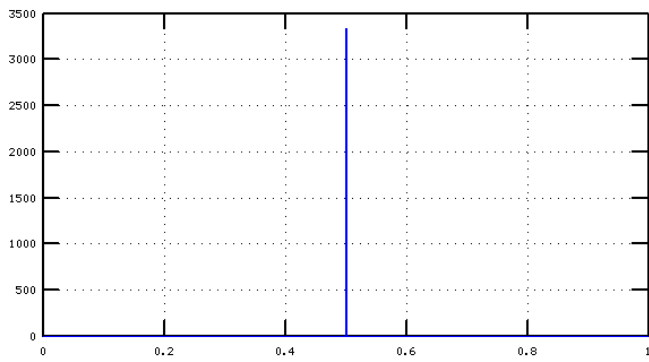
Ex4



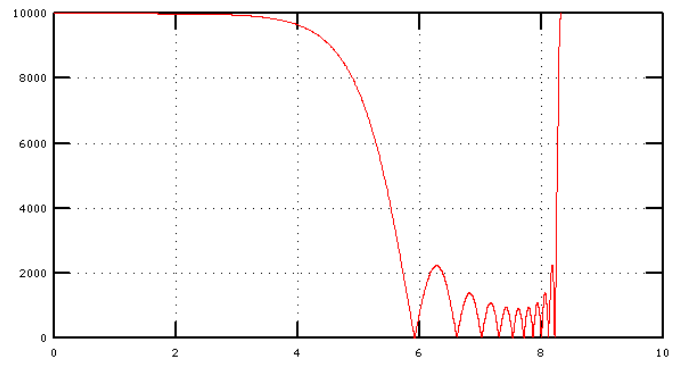
Ex5



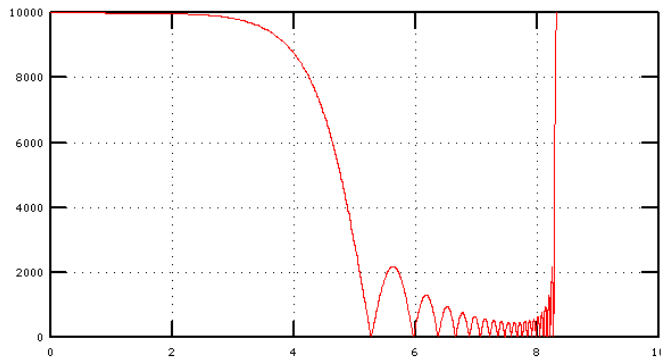
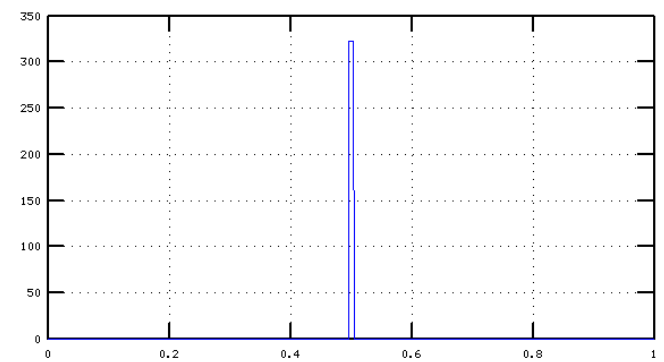
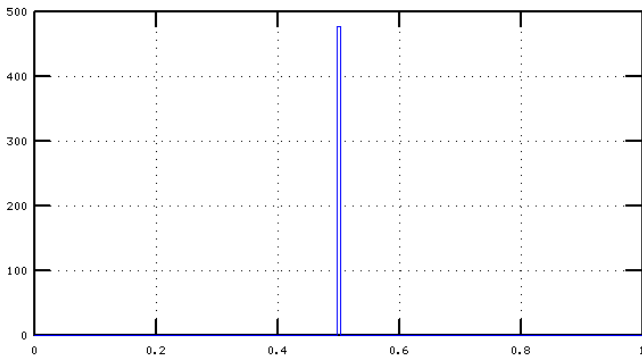
Ex6



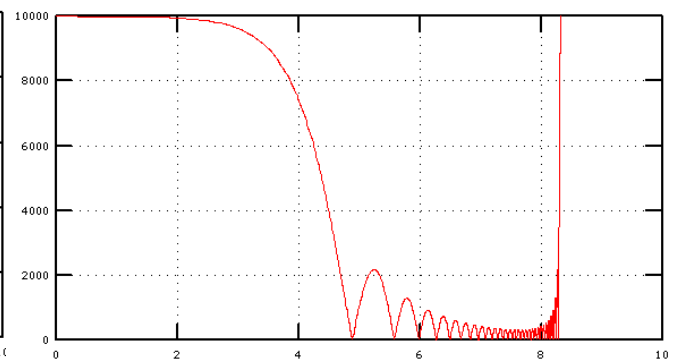
Ex7



Ex8



Ex9



Ex10

4. 考察

時間領域でアベレーシング処理を行うと、確かに本来の周波数特性が失われることが分かった。歪みはインパルス波形の結果より、アベレーシング長 X に対し、 $1/aX[\text{Hz}]$ 以上の周波数を完全に歪める (a はサンプリング間隔[sec])。

Ex1 から Ex5 までを見てみると、周波数領域で歪んだとしても、アベレーシングにより存在していたピークが変動するわけではない。(ただし、明確なピークが存在していた場合に限る。折り返しが起こった場合ピークができる可能性がある。) また、 $1/aX[\text{Hz}]$ 以上の周波数に対しては完全に消える可能性が高い。

しかし、シグナルがノイズに比べ低周波であるなら、一定の結果が期待でき、本来の周波数特性も推定できる可能性が高い。なぜなら、アベレーシング処理は、時間領域のフィルタに掛けること(畳み込み)であるので、周波数領域では単に窓の掛け算になっているからである。

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t') x(t-t') dt' \leftrightarrow Y(\omega) = H(\omega) X(\omega)$$